

железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1970. – С.98-110.

5.Таль К.Э. Исследование несущей способности гибких железобетонных колонн, работающих по первому случаю внецентренного сжатия / К.Э.Таль, Е.А.Чистяков // Расчет железобетонных конструкций. Вып. 23. – М.: Госстройиздат, 1961. – С.127-195.

6.Каюмов Р.Х. Экспериментальное исследование кратковременной устойчивости гибких железобетонных стоек из высокопрочных бетонов / Р.Х. Каюмов // Строительные конструкции. Вып. XVII. – К.: Будівельник, 1971. – С.23-36.

Отримано 29.10.2010

УДК 624.012.35 : 624.072.221

Д.В.КОЧКАРЬОВ, В.І.БАБИЧ, кандидати техн. наук

Національний університет водного господарства та природокористування, м.Рівне

ЖОРСТКІСТЬ ПЕРЕРІЗІВ І КРИВИНА ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЗГІНАЛЬНИХ ЕЛЕМЕНТІВ З ОДИНИЧНОЮ АРМАТУРОЮ

Розглядається методика визначення жорсткості перерізів і кривини залізобетонних балок з одиначною арматурою на основі нелінійного деформування матеріалів. Виконано перевірку гіпотези лінійності жорсткості по відношенню до рівня навантаження для залізобетонних елементів, що зазнають згину.

Рассматривается методика определения жесткости сечений и кривизны железобетонных балок с единичной арматурой на основе нелинейного деформирования материалов. Выполнена проверка гипотезы линейности жесткости по отношению к уровню нагрузки для железобетонных изгибаемых элементов.

Methodology of determination of inflexibility of cuts and curvature of reinforce-concrete beams is examined with a single armature on the basis of nonlinear deformation of materials. The executed verification of hypothesis of linearness of inflexibility is in relation to the level of loading for reinforce-concrete elements which test a bend.

Ключові слова: кривина, жорсткість, гіпотеза лінійності жорсткості, деформаційна модель, згинальні елементи.

Розглядаючи залежність між напругами та деформаціями у бетоні бетонних і залізобетонних елементів за осьового тиску [1], було відмічено, що жорсткість перерізу від початку завантаження і майже до руйнування знаходиться у прямолінійній залежності від рівня навантаження. У центрально-стиснутому стержні зміна жорсткості зі збільшенням навантаження викликана зменшенням модуля деформацій бетону. Якщо ж говорити про залізобетонні елементи, що зазнають згину, то у них зміна жорсткості перерізів із збільшенням рівня навантаження буде залежати від ряду факторів: модуля деформацій бетону, моментів інерції перерізів бетону та арматури залежно від положення нейтральної лінії, наявності та розвитку тріщин тощо. Оскільки названі фактори пов'язані між собою та рівнем навантаження залежністю $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$, то можна висловити гіпотезу, що в залізобетонних балках

зміна жорсткості перерізів також знаходиться у прямолінійній залежності від рівня зовнішнього зусилля у перерізах елемента.

Жорсткість перерізів елементів і їх кривину обчислюють для розрахунків прогинів, а у статично-невизначених елементах і конструкціях знаходять початкову жорсткість перерізів для статичного розрахунку. Дослідженням жорсткості залізобетону присвячено роботи багатьох вчених, але найбільший внесок М.Я.Немировського і В.І.Мурашева [2, 3], пропозиції яких з деякими коригуваннями включено в сучасні нормативні документи ряду країн [4]. Розрахунок жорсткості виконують окремо для перерізів з тріщинами та без них. Якщо для перших він носить трудомісткий і громіздкий характер, то для інших – обумовлений емпіричними коефіцієнтами. З урахуванням нелінійної деформаційної моделі, жорсткість і кривину обраховують шляхом розв'язування рівнянь рівноваги та умов деформування матеріалів [4, 5].

Що стосується статично-невизначених систем, то введення у розрахунок початкової жорсткості перерізів для обчислення зусиль, як це прийнято в існуючих розрахункових комплексах і програмах, не відповідає дійсній роботі елементів цих систем. Із збільшенням навантаження відбувається зміна жорсткостей перерізів, що суттєво впливає на значення обчислюваних зусиль.

Сучасні умови проектування потребують більш простих і обґрунтованих методик обчислення жорсткості перерізів і кривини елементів з урахуванням нелінійної деформаційної моделі розрахунку залізобетонних елементів і конструкцій.

Мета та задачі даного дослідження – розробити методику розрахунку жорсткості перерізів і кривини залізобетонних балок на основі нелінійного деформування матеріалів та перевірити гіпотезу лінійності жорсткості по відношенню до рівня навантаження для залізобетонних елементів, що зазнають згину.

Враховуючи, що при утворенні тріщини в перерізі балки відбуваються миттєві кількісні та якісні зміни параметрів напружено-деформованого стану, прийматимемо в цьому перерізі й миттєву зміну жорсткості. Вважатимемо також, що за рівнів навантаження більших $(0,8-0,95)M_u$ відбувається різка зміна жорсткості перерізу через активний розвиток пластичних деформацій бетону. В такому разі діаграма жорсткості перерізу з урахуванням гіпотези лінійності жорсткості матиме вигляд, наведений на рис.1.

Запишемо рівняння лінійності жорсткості відносно рівня навантаження для обох ділянок і визначимо параметри цих рівнянь. На ділянці I-2 у межах моментів від 0 до $(0,1-0,2)M_u$, коли тріщини відсутні,

рівняння жорсткості набуває вигляду:

$$D_{1-2} = M / \frac{1}{r} = b_1 - a_1 M. \quad (1)$$

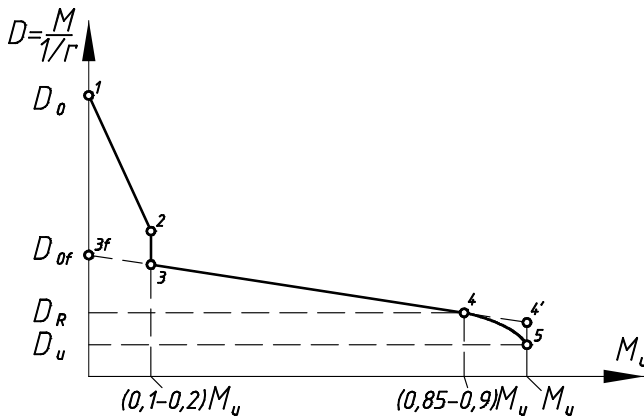


Рис.1 – Діаграма зміни жорсткості залізобетонного згинального елемента відносно рівня навантаження

Перший доданок рівняння (1) визначимо з умови, що за згинального моменту $M=0$ переріз елемента матиме початкову жорсткість

$$D_0 = E_b I_{red,y}, \quad (2)$$

де E_b – початковий модуль деформацій бетону; $I_{red,y}$ – момент інерції перерізу залізобетонного елемента, приведенного до бетонного, відносно нейтральної лінії y .

Положення нейтральної лінії визначаємо з умови

$$S_{red,y} = \frac{bx^2}{2} - \frac{b(h-x)^2}{2} - \alpha A_s (h_0 - x) = 0, \quad (3)$$

де $S_{red,y}$ – статичний момент перерізу залізобетонного елемента, зведеного до бетонного, відносно нейтральної лінії y ; α – коефіцієнт зведення, $\alpha = E_s / E_b$.

Враховуючи це, значення першого доданку рівняння (1) при $M=0$

$$b_1 = E_b I_{red,y}. \quad (4)$$

Для визначення коефіцієнта a_1 необхідно обчислити жорсткість перерізу в т.2, яка характеризує напружено-деформований стан перерізу безпосередньо перед появою тріщини, який показано на рис.2.

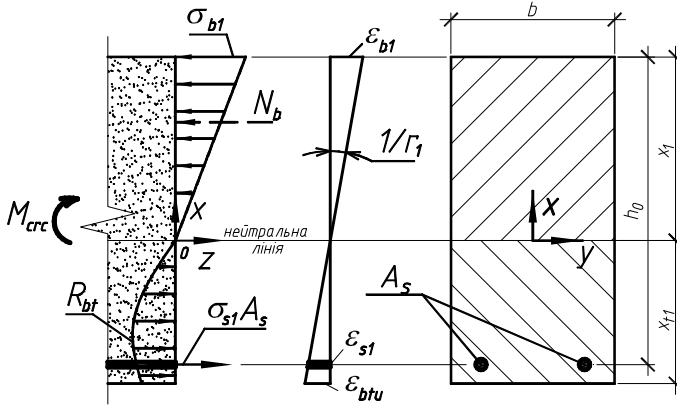


Рис.2 – Стадія роботи згинального залізобетонного елемента перед появою тріщин

Прийнявши функцію напруг у бетоні $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$ і використавши гіпотезу плоских перерізів, запишемо рівняння рівноваги зусиль і їх моментів у перерізі:

$$\sum F_z = 0; b \frac{1}{r_{crc}} \int_0^{\varepsilon_b} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon - b \frac{1}{r_{crc}} \int_0^{\varepsilon_{btu}} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon - A_s E_s \varepsilon_s = 0; \quad (5)$$

$$\sum M_y = 0; b \left(\frac{1}{r_{crc}} \right)^2 \left(\int_0^{\varepsilon_b} \sigma(\varepsilon) \varepsilon d\varepsilon - \int_0^{\varepsilon_{btu}} \sigma(\varepsilon) \varepsilon_{btu} d\varepsilon \right) - A_s E_s \left(h_0 - \frac{\varepsilon_b}{1/r_{crc}} \right) = M_{crc}. \quad (6)$$

Умова лінійності відносних деформацій матиме вигляд:

$$\varepsilon_i = \frac{x_i}{1/r}. \quad (7)$$

Розв'язавши систему рівнянь, отримаємо значення M_{crc} і $1/r_{crc}$. Тоді жорсткість перерізу в т.2 за формулами (1), (4) набуває вигляду:

$$\frac{M_{crc}}{1/r_{crc}} = E_b I_{red,y} - a_1 M_{crc}. \quad (8)$$

Звідки

$$a_1 = \frac{E_b I_{red,y}}{M_{crc}} - \frac{1}{1/r_{crc}}. \quad (9)$$

Таким чином, жорсткість будь-якого перерізу на ділянці 1-2, що сприймає зусилля від 0 до M_{crc} , обчислюємо за формулою

$$D_{1-2} = E_b I_{red,y} \left(1 - \frac{M}{M_{crc}} \right) + \frac{M}{1/r_{crc}}. \quad (10)$$

На ділянці 3-4 за дії моментів значенням $M_{crc} < M \leq (0,85 - 0,9)M_u$ жорсткість перерізів обчислюється за виразом

$$D_{3-4} = b_2 - a_2 M. \quad (11)$$

Щоб визначити доданок b_2 , прийемо фіктивну точку 3f (рис.1), для якої вважатимемо, що в перерізі балки розмірами $b \times h$ є бетон стиснутої зони висотою x , арматура розтягнутої зони площею A_s , а розтягнута зона бетону умовно відсутня. Висоту стиснутої зони x визначимо з умови, що в перерізі залізобетонного елемента, зведеного до бетонного, статичний момент відносно нейтральної лінії дорівнює нулю

$$S_{red,y} = \frac{bx^2}{2} - \alpha A_s (h_0 - x) = 0. \quad (12)$$

Оскільки в т. 3f $M=0$, модуль деформацій рівний початковому E_b , то жорсткість перерізу буде $E_b I_{redf,y}$.

Отже,

$$b_2 = E_b I_{redf,y}, \quad (13)$$

де $I_{redf,y}$ – момент інерції фіктивного залізобетонного перерізу, зведеного до бетонного, відносно осі y

$$I_{red,y} = \frac{bx^3}{3} + \alpha A_s (h_0 - x)^2. \quad (14)$$

Для визначення коефіцієнта a_2 розглянемо переріз, в якому на стиснутій грані виникають граничні деформації бетону ε_{bR} , що відповідають розрахунковому опору бетону на стиск R_b . Ця стадія показана на рис.3.

Склавши для цього перерізу два рівняння рівноваги зусиль, прийнявши функцію напруг у бетоні $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$ і скориставшись гіпотезою плоских перерізів, аналогічно системі (5)-(7), обчислимо висоту

стиснутої зони бетону x_R , несучу здатність перерізу M_R і кривину $1/r_R$.
Тоді жорсткість перерізу в т.4

$$D_4 = \frac{M}{1/r_R} = b_2 - a_2 M_R, \quad (15)$$

а коефіцієнт

$$a_2 = \frac{E_b I_{redf,y}}{M_R} - \frac{1}{1/r_R}. \quad (16)$$

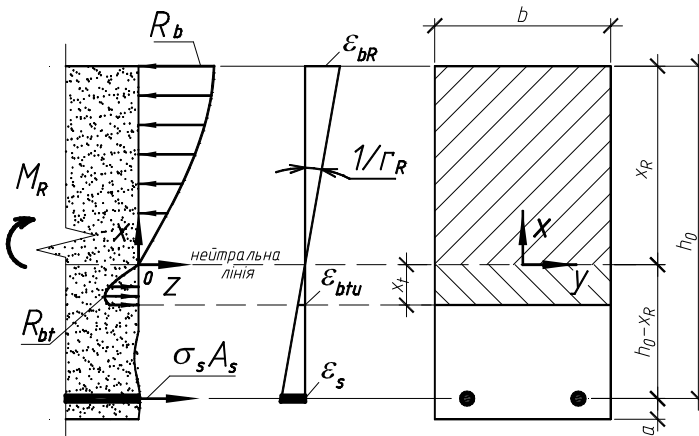


Рис.3 – Стадія роботи згинального залізобетонного елемента при $\varepsilon_b = \varepsilon_{bR}$

Жорсткість перерізів, які зазнають дії моменту значенням від M_{crc} до M_{Rs} , слід знаходити за формулою

$$D_{3-4} = E_b I_{redf,y} \left(1 - \frac{M}{M_{crc}} \right) + \frac{M}{1/r_R}. \quad (17)$$

Тут і вище прийняті такі позначення: M_{crc} – найменший момент, за якого у перерізі утворюється тріщина; M_R – момент, за якого на стиснутій грані перерізу деформації бетону рівні ε_{bR} , а напруги – R_b ; M_{Rs} – момент, за якого в розтягнутій арматурі досягається межа текучості; M – поточний момент.

Таким чином, для знаходження кривини залізобетонної балки з одиничною арматурою до появи текучості розтягнутої арматури можна користуватись такими виразами:

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{b_1 - a_1 M} \text{ при } M \leq M_{crc};$$

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{b_2 - a_2 M} \text{ при } M_{crc} < M \leq M_{Rs}. \quad (19)$$

На основі викладеного вище розроблено комп'ютерні програми:

1) для розрахунку параметрів напружено-деформованого стану перерізів (M , x , N_b , N_{bb} , σ_s , M_b , M_{bb} , M_s , $1/r$) без тріщин при $M \leq M_{crc}$ і перерізів з тріщинами за різних рівнів навантаження;

2) для розрахунку жорсткості перерізів і кривини елементів за різних рівнів навантаження на основі гіпотези лінійності жорсткості.

За цими програмами було розраховано велику кількість балок з різними розмірами поперечного перерізу, процентами армування, класами бетону. За отриманими параметрами напружено-деформованого стану у ряді перерізів по довжині балки було обчислено значення жорсткості та побудовано графіки їх зміни в осях «момент-жорсткість». І на ділянці $0 - M_{crc}$, і на ділянці $M_{crc} - (0,85-0,95)M_u$ лінії графіків були близькі до прямих. Їх апроксимація прямими давала відхилення в будь-якій точці не більше 6%. Лінії апроксимації практично повністю співпадали з лініями гіпотези лінійності жорсткості, побудованими за формулами (10) і (17).

На рис.4 у відносних координатах подано графіки зміни жорсткості перерізів, побудовані за формулами (10) і (17) для балок перерізом 30×50 см із бетону класу В25 з розтягнутою арматурою площею 0,5; 2,0; 3,0 відсотки, а пунктиром показано лінії апроксимації графіків жорсткості, побудованих за параметрами напружено-деформованого стану перерізів.

Така ж картина спостерігається для інших розрахованих балок, що свідчить про справедливість гіпотези лінійності жорсткості для згинальних залізобетонних елементів з одиничною арматурою.

Усереднена жорсткість частини балки з тріщинами буде визначатися жорсткістю перерізів з тріщинами та жорсткістю ділянок балки, які знаходяться між двома суміжними тріщинами. Для визначення жорсткості останніх за розробленою програмою було обчислено параметри напружено-деформованого стану перерізів балки між двома суміжними тріщинами. В основу розрахунку було покладено стадію роботи перерізу, зображену на рис.5, б. За отриманими параметрами обчислено жорсткість перерізів без тріщин на ділянках балок між двома суміжними тріщинами і побудовано графік зміни жорсткості від моменту (рис.5, в).

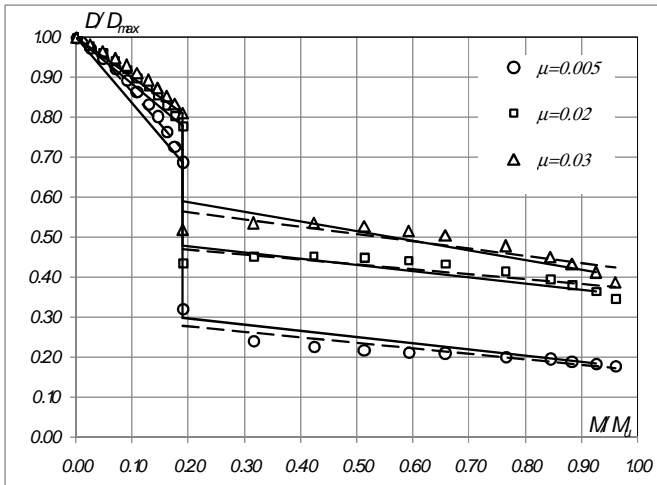
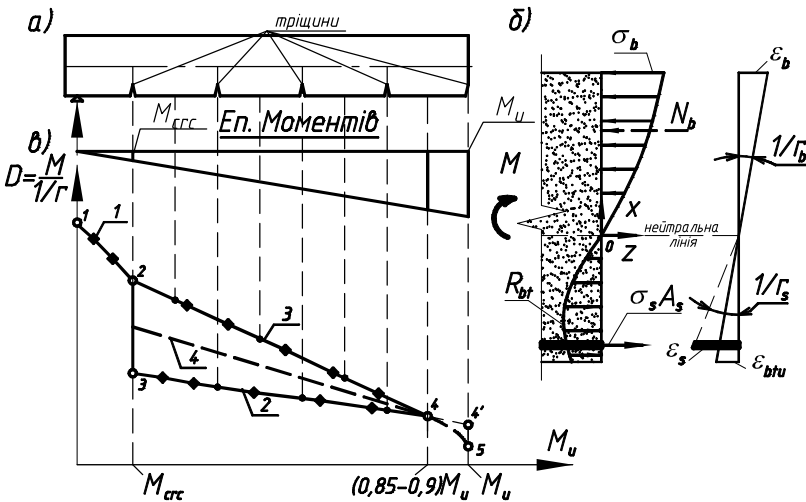


Рис.4 – Графіки зміни жорсткості перерізів балок


 Рис.5 – Жорсткість перерізів залізобетонної балки $b \times h = 30 \times 50$ см, В25:

а – частина балки з епораю моментів; б – стадія роботи перерізу без тріщин за $M > M_{crc}$;
 в – графік зміни жорсткості перерізів: 1 – без тріщин за $M \leq M_{crc}$; 2 – з тріщинами;
 3 – без тріщин за $M > M_{crc}$; 4 – усереднених.

Як бачимо, графіки жорсткості балок для будь-яких перерізів дуже близькі до прямих ліній, які знаходяться за формулами (10) і (17).

Для частини балки з тріщинами лінія усередненої жорсткості буде знаходитись між лініями 2 і 3, а її положення залежатиме від кількості тріщин, ширини їх розкриття та відстані між ними. До більш детального вивчення цього питання можна приймати серединне положення лінії усередненої жорсткості.

Таким чином, на основі рівнянь рівноваги зусиль у перерізах балки, функції напруг у бетоні $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$ і гіпотези плоских перерізів розроблено програму розрахунків, яка дозволяє обчислювати параметри напружено-деформованого стану перерізів балки з тріщинами і без них, а також виконувати розрахунки міцності. Розроблено просту методику визначення жорсткості будь-яких перерізів балки за довільних рівнів навантаження на основі запропонованої гіпотези лінійності жорсткості. За параметрами напружено-деформованого стану перерізів побудовано графіки жорсткості перерізів балки, які з достатньою точністю апроксимуються прямими лініями, що практично точно співпадають з лініями жорсткості перерізів, отриманими на основі гіпотези лінійності жорсткості. Запропоновано попередні рекомендації для визначення усередненої жорсткості для ділянки балок з тріщинами, яка визначається жорсткістю перерізів з тріщинами і без них.

Потребує більш детального дослідження напружено-деформований стан перерізів балок між тріщинами та вплив відстані між тріщинами і ширини їх розкриття на усереднену жорсткість балок.

1.Бабич В.І., Кочкарьов Д.В. Залежність між напругами та деформаціями у бетоні бетонних і залізобетонних стержнів за осьового стиску // Бетон и железобетон в Украине. – 2006. – №6. – С.10-13.

2.Немировский Я.М. Жесткость изгибаемых железобетонных элементов и раскрытие трещин в них // Исследование обычных и предварительно напряженных конструкций. – М.: Госстройиздат, 1949. – 271 с.

3.Мурашев В.И. Трещиноустойчивость, жесткость и прочность железобетона – М.: Машстройиздат, 1950. – 184 с.

4.СП 52-101-2003. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры. – М.: ГУП «НИИЖБ» Госстроя России, 2004. – 55 с.

5.Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення проектування ДБН В.2.6-98:2009 (На заміну СНиП 2.03.01-84*). – К.: НДІБК; Мінрегіонбуд України, 2006.

Отримано 20.01.2011